

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені І. І. МЕЧНИКОВА
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій

ЗАТВЕРДЖЕНО



Голова приймальної комісії
ОНУ імені І. І. Мечникова
проф. Вячеслав ТРУБА
« 28 » березня 2025 р.

ПРОГРАМА
ФАХОВОГО ІСПИТУ

для вступу на навчання для здобуття
третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти
спеціальність Е7 Математика_ОП_Математика
на основі освітнього ступеня магістр
(освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліст)

Схвалено на засіданні Вченої ради
факультету МФІТ
Протокол №5 від «6 » березня 2025 р.

ОНУ
2025

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Фаховий іспит – форма вступного випробування, для конкурсного відбору осіб для здобуття ступеня доктора філософії, які вступають на основі здобутого ступеня магістра (освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліста). Організація та проведення вступного випробування відбувається у порядку визначеному Порядком прийому на навчання для здобуття вищої освіти в 2025 році затвердженому наказом Міністерства освіти і науки України від 10 лютого 2025 року № 168 та зареєстрованому в Міністерстві юстиції України 26 лютого 2025 року за № 15/41360 та Положенням про приймальну комісію Одеського національного університету імені І. І. Мечникова.

Мета вступного випробування за спеціальністю Е7 Математика - оцінювання/перевірка знань, умінь, навичок – базових (вихідних) компетенцій для опанування ОП, таких як здатність розв'язувати складні математичні задачі та практичні проблеми у професійній діяльності.

Вимоги до рівня підготовки здобувачів: знання і розуміння фундаментальних і прикладних аспектів наук у сфері математики, відтворення знань фундаментальних розділів математики, володіння поглибленими знаннями математичних дисциплін і теорій.

Форма фахового іспиту – тестування.

Підготовка програми фахового іспиту, розробка тестових завдань та проведення іспиту здійснюється предметною комісією МФІТ факультету (наказ № 421-18 від 28.02.2025 р.).

1. ПРОГРАМА ФАХОВОГО ІСПИТУ

Розділ I. Математичний аналіз

1. Поле дійсних чисел. Властивість повноти. Обмежені множини. Точні межі (грані) числових множин, їх існування.
2. Границя числової послідовності. Теорема про границю монотонної послідовності. Послідовність $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ та її властивості (без доведення). Число Ейлера. Лема про вкладені сегменти та лема Больцано — Вейерштраса. Критерій Коші.
3. Границя функції (означення за Коші та за Гейне, теорема про їх рівносильність).
4. Означення неперервної функції у точці. Теореми Вейерштрасса і Больцано — Коші про функції, які неперервні на відрізку. Рівномірна неперервність, теорема Кантора.
5. Диференційовність та похідна дійсної функції дійсної змінної. Геометричний сенс похідної. Неперервність диференційовної функції. Основні теореми про диференційовні функції (теореми Ферма, Ролля, Лагранжа). Формула Тейлора з залишками у формі Пеано, Лагранжа. Локальний екстремум. Необхідні та достатні умови.
6. Означення інтеграла Рімана. Критерій інтегровності. Інтегрування монотонних та неперервних функцій. Геометричні та фізичні задачі на застосування визначеного інтеграла.
7. Теореми про неперервність та диференційовність інтеграла зі змінною верхньою межею. Існування первісної у неперервної функції. Формула Ньютона — Лейбниця.
8. Означення невластних інтегралів від необмежених функцій та по необмеженим інтервалам. Ознака порівняння для інтегралів від невід'ємних функцій. Гама- та бета-функції Ейлера (означення, існування та формули пониження).
9. Числові ряди. Основні ознаки збіжності (ознаки порівняння, Даламбера, Коші, інтегральна) для рядів з невід'ємними доданками. Ознака Лейбниця. Поняття абсолютної та умовної збіжності.
10. Функціональні ряди. Рівномірна збіжність. Ознака Вейерштраса. Теорема про неперервність суми ряду, почленне диференціювання та інтегрування рядів. Степеневі ряди. Розвинення функцій $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = e^x$, $y = \ln(1+x)$, $y = (1+x)^\alpha$ у степеневі ряди та радіуси збіжності цих рядів.

11. Ряди Фур'є. Означення, інтеграла Діріхле, лема Рімана (без доведення), ознака Діні — Ліпшиця збіжності ряду Фур'є, наслідок.
12. Ортогональна система функцій, приклад тригонометричної системи. Ряд Фур'є по ортогональній системі. Мінімальна властивість частинних сум ряду Фур'є. Нерівність Бесселя та рівність Парсеваля.
13. Неперервність функції багатьох змінних (означення). Диференційовність функції багатьох змінних. Частинні похідні. Достатня умова диференційовності.
14. Міра Лебега множини та її основні властивості. Вимірні за Лебегом функції та їх основні властивості. Збіжність за мірою та майже всюди.
15. Інтеграл Лебега та його основні властивості.

Розділ II. Алгебра та теорія чисел

1. Основні алгебраїчні структури: групи, кільця, поля (означення). Група та її підгрупа. Порядок групи та порядок елементу. Суміжні класи. Теорема Лагранжа. Гомоморфізм груп. Основна теорема про гомоморфізми груп. Ізоморфізм груп. Критерій ізоморфності циклічних груп.
2. Евклідові простори. Скалярний добуток. Нерівність Коші — Буняковського. Ортонормовані базиси у скінченновимірних евклідових просторах (їх існування та властивості, процес ортогоналізації Грама — Шмідта, визначник Грама та його властивості).
3. Лінійний векторний простір, його базис. Підпростір, критерій підпростору. Ізоморфізм лінійних просторів. Лінійний оператор та його матриця. Характеристичний многочлен. Теорема Гамільтона — Келі. Власні вектори та власні значення (алгоритм обчислення).
4. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Теорема Кронекера — Капеллі. Правило Крамера. Простір розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь, фундаментальна система розв'язків. Побудова загального розв'язку неоднорідної системи лінійних рівнянь.
5. Квадратичні форми та їх матриці. Невироджені лінійні перетворення змінних квадратичних форм. Канонічний та нормальний вид дійсної квадратичної форми. Критерій Сільвестра.
6. Мова логіки висловлень, модель логіки висловлень і основні класи формул. Істинність таблиці. Логічне слідування і основні властивості, теорема дедукції.

7. Основні закони логіки висловлень. Метод еквівалентних перетворень. Пряма, обернена та протилежна теореми. Теореми КНФ, тавтології.

Розділ III. Геометрія і топологія

1. Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів у просторі $\mathbb{E}^3$. Їх геометричні та алгебраїчні властивості, вираз у координатах.
2. Різні види рівнянь прямої на площині, прямої та площини у просторі. Кут між двома прямими, кут між двома площинами, кут між прямою та площиною, умови паралельності та перпендикулярності. Відстань від точки до прямої у просторі, відстань від точки до площини.
3. Криві другого порядку. Означення та канонічні рівняння еліпса, гіперболи, параболи. Теореми про директриси. Поверхні другого порядку та їх канонічні рівняння.
4. Означення кривої та її рівняння. Приклади. Довжина дуги кривої та її обчислення. Формули та елементи тригранника Френе.
5. Означення поверхні та її рівняння. Довжина дуги кривої та кут між кривими на поверхні. Дотична площина та нормаль до поверхні.
6. Означення топологічного простору і його підпростору. Метрична топологія. Стандартна топологія евклідового простору. Відокремні та компактні простори. Неперервні та топологічні відображення.

Розділ IV. Комплексний аналіз

1. Поле комплексних чисел (побудова). Добування кореня n -ого степеню з комплексного числа. Основна теорема алгебри.
2. Похідна функції комплексного змінного. Аналітичні функції, умови Коші — Рімана.
3. Основні елементарні функції комплексного змінного та їх властивості; дробоволінійна функція, функції e^z , z^α , $\sin z$, $\cos z$, $\ln z$, $\operatorname{Ln} z$ (області визначення, множини значень, аналітичність, нулі функції, періодичність).
4. Інтегрування функції комплексного змінного. Теорема Коші. Інтегральна формула Коші.

5. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та круг збіжності. Ряд Тейлора. Розвинення основних елементарних функцій e^z , $\sin z$, $\cos z$, $\ln(1+z)$. Ряди Лорана. Класифікація ізольованих особливих точок аналітичних функцій.
6. Лишки. Основна теорема про лишки та її застосування.

Розділ V. Диференціальні рівняння

1. Лінійне звичайне диференціальне рівняння n -го порядку. Існування фундаментальної системи розв'язків.
2. Теорема про загальний розв'язок лінійного однорідного та лінійного неоднорідного рівняння.
3. Розв'язання лінійних однорідних звичайних диференціальних рівнянь n -ого порядку зі сталими коефіцієнтами (метод Ейлера).
4. Теорема Пікара-Коші про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь.
5. Теорема про множину всіх розв'язків лінійного однорідного рівняння першого порядку з частинними похідними.

2. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

До розділу Математичний аналіз

1. Кореновський А. О. Математичний аналіз (елементарний курс) : навч. посіб. Одеса : ОНУ ім. І. І. Мечникова, 2024. – 198 с.
2. Щоголев С. А., Кореновський А. О. Основи вищої математики. Навч. посіб., Т. 2. Ч. 1. – Одеса: ОНУ, 2019. – 244 с.
3. Щоголев С. А., Кореновський А. О. Основи вищої математики. Навч. посіб., Т. 2. Ч. 2. – Одеса: ОНУ, 2019. – 220 с.
4. Федак І.В. Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри. Навчальний посібник. Ч. 4. Лінійні функціонали та лінійні оператори.- Івано-Франківськ: ПНУ імені Василя Стефаника, 2020.- 56с.
5. Березанський Ю.М., Шефтель З.Ф. Функціональний аналіз. : підруч. Львів: Видавець І.Е.Чижиков, 2014, 559с.
6. Боярищева Т.В., Гудивок Т.В., Погоріляк О.О. Функціональний аналіз. Навчальний посібник для студентів спеціальностей «математика», «прикладна математика», «статистика».- Ужгород, 2013.- 119с.
7. Ус С.А. Функціональний аналіз: навч. Посібник.- Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2013. – 236 с.
8. Лисенко З.М., Шанін Р.В. Функціональний аналіз. Частина 1: Метричні простори. Конспект лекцій. Одеса:ОНУ.2022. – 67 с.

До розділу Алгебра та теорія чисел

1. Якімова Н.А. Дискретна математика. Частина 1. Теорія множин. Теорія

- графів (курс лекцій). – Одеса: ОНУ ім. І.І. Мечникова, 2022. – 102с.
2. Якімова Н.А. Дискретна математика. Частина 2. Булеві функції (курс лекцій). – Одеса: ОНУ ім. І.І. Мечникова, 2023. – 126с.
 3. Якімова Н.А. Елементи теорії множин (навчально-методичний посібник). – Одеса: ОНУ ім. І.І. Мечникова, 2023. – 86с.
 4. Темнікова О.Л. Дискретна математика. Конспект лекцій. Частина 1. – Київ: КПІ, 2021. – 154с.
 5. Кучма М. І. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії: навчальний посібник. Київ, 2018. 380 с.
 6. Коцовський В.М. Дискретна математика та теорія алгоритмів. - Ужгород: УжНУ, 2016. – 98с.
 7. Осадча Л. К., Лінійна алгебра та аналітична геометрія : навч. посібник // Рівне :НУВГП, 2020. – 205 с.
 8. Матвієнко М.П. Комп'ютерна логіка. Навчальний посібник. – К.: Видавництво Ліра-К, 2012, 288с.
 9. Темнікова О.Л. Дискретна математика. Конспект лекцій. Частина 1. – Київ: КПІ, 2021. – 154с.

До розділу Геометрія і топологія

1. Диференціальна геометрія : теорія кривих і поверхонь / Ігор Гуран, Олег Гутік, Олександра Лисецька, Тарас Мокрицький. Львів, 2021. 326с
2. Ілляшенко В.Я. Диференціальна геометрія: навч.метод.посіб/ В.Я.Ілляшенко, О.П.Антонюк . Луцьк: Вежа Друк, 2020. 171с
3. Міхлін Ю.В. . Кирилова Н.О. , Марочковська І.О.. Елементи диференціальної геометрії: навч. посібник; Харків.: вид-во НТУ ХПІ, 2020. 44с.
4. Білонога Д.М., Каленюк П.І. Алгебра і геометрія: навч. посібник. Львів: вид-во «Львівська політехніка», 2014. 380с.
5. Зайцев О.П.Вища математика: лінійна та векторна алгебра, аналітична геометрія, вступ по мат.аналізу: навч.посібник. К.:Алерта, 2017. 574с.
6. Заліско В.Р., Заліско Г.В. Основи лінійної алгебри і геометрії: навч.посібник. Львів:ЛНУ імені Івана Франка, 2011. 326 с.
7. Заліско В.Р., Заліско Г.В. Лінійна алгебра і аналітична геометрія. Практикум:навч.посібник. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2014. 374с.
8. Франовський А.Ц., Карплюк С.О.Диференціальна геометрія :Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів .- Житомир: вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2013.188с.
9. Аналітична геометрія в просторі: Методичні вказівки, самостійні та контрольні роботи з вищої математики для студентів І-го курсу всіх напрямів підготовки / Уклад.: Н.В. Бондаренко, В.В. Отрашевська, – К.: КНУБА, 2024. – 40 с
10. Городецький В.В., Мартинюк О.В. Диференціальна геометрія в теоремах і задачах. Підручник . Чернівці: вид-во «Золоті литаври», 2013. 396 с. (з грифом МОНУ)

11. Taha Sochi. Introduction to Differential Geometry of Space Curves and Surfaces. Kindle Edition, Great space, 2017. 197 p.
12. Kristopher Tapp. Differential Geometry of Curves and Surfaces. Springer, Undergraduate Texts in Mathematics, 2016. 374 p.

До розділу Комплексний аналіз

1. Слюсарчук П.В. Комплексний аналіз: навчальний посібник / П.В. Слюсарчук, Т.В. Боярищева, М.С. Герич, О.О. Погоріляк, О.О. Синявська, Г.І. Сливка-Тилищак, А.М. Тегза. – Ужгород: 2022. – 244 с.
2. Горяйнов В. В. Комплексний аналіз : підручник / В. В. Горяйнов, К. Г. Малютін, І. І. Козлова — Суми : Сумський державний університет, 2020. — 120 с.
3. Грищенко О.Ю., Оноцький В.В. Курс лекцій з комплексного аналізу Частина перша, підручник. Київ. 2015, 144 с.
4. Є. Д. Білоколот, Л. Л. Зайцева, Д. Д. Шека. Збірник задач з комплексного аналізу. Частина І. Функції комплексної змінної: методична розробка для студентів природничих факультетів. Київ. 2014. 71 с.
5. Щоголев С.А. Елементи теорії функції комплексної змінної: навч.-метод. посіб. Одеса: ОНУ ім. І.І.Мечникова, 2016. 106 с.
6. Функції комплексної змінної: практикум з комплексного аналізу для студентів 3 курсу фіз.-мат. ф-ту/ Уклад.: В.В.Дрозд. – К.: НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського», 2017, 88 с..

До розділу Диференціальні рівняння

1. Самойленко А.М., Перестюк М.О. Парасюк І.О. Диференціальні рівняння.- Київ, «Либідь» - 2003.-600 с.
2. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння в задачах Навчальний посібник. Київ. «Либідь» -2003. -503с.
3. Гой Т.П., Махней О.В. Диференціальні рівняння : навчальний посібник. Івано-Франківськ : Прикарпат. нац. ун-т ім. В. Стефаника, 2021. 357 с.
4. Ляшенко В. П., Набок Т. А., Скотнікова Л. М. Диференціальні рівняння: навч. посіб. Кременчук, 2025. 166 с.
5. Бокало М.М. Диференціальні рівняння. Львів, Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка.- 2014. -232с..
6. Бокало М.М. Збірник задач з курсу Диференціальні рівняння. Львів, Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка.- 2014. -179с.
7. Бугрій О.М., Процах Н.П., Бугрій Н.В. Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі. Навчальний посібник. Львів. 2011. 348с.

3. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ФАХОВОГО ІСПИТУ

Зміст тестових завдань визначено Програмою фахового іспиту для вступу на навчання для здобуття третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти за спеціальністю_E7 Математика_ОП_Математика на основі ступеня магістра (освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліста).

Тест для фахового іспиту складається із завдань з **вибором однієї правильної відповіді** (ТЗ закритої форми). До кожного завдання подано чотири варіантів відповідей (А, Б, В, Г), з яких один правильний.

Загальна кількість завдань тесту – 50.

Завдання з вибором однієї правильної відповіді оцінюється в 0 або 2 тестових балів.

Результат фахового випробовування оцінюють за шкалою від 0 до 100 балів:

0 – 59 незадовільно;

60 – 74 задовільно;

75 – 89 добре;

90 – 100 відмінно

Критерії оцінювання іспиту за фахом

ТЗ із вибором однієї правильної відповіді	Кількість балів
• неправильна відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповідь ненадано	0 балів
• правильна відповідь	2 бали
• мінімальна кількість тестових балів, яка дає право на участь в конкурсному відборі	60 балів
• максимальна кількість балів, яку можна набрати, правильно виконавши всі завдання тесту	100 балів

Під час проведення вступного випробування не допускається користування електронними приладами, підручниками, навчальними посібниками та іншими матеріалами, якщо це не передбачено рішенням Приймальної комісії. У разі використання вступником під час вступного випробування сторонніх джерел інформації (у тому числі підказки) він відсторонюється від участі у випробуваннях, про що складається акт, в якому предметна комісія вказує причину відсторонення та час. У разі використання заборонених джерел абітурієнт, на вимогу члена предметної комісії, залишає аудиторію та одержує загальну нульову оцінку.

Вступник має право подати письмову апеляцію щодо екзаменаційної оцінки (кількість балів), отриманої на вступному випробуванні. Апеляція подається письмово у вигляді заяви у довільній формі на ім'я голови Приймальної комісії ОНУ імені І. І. Мечникова. Апеляційна заява подається вступником особисто згідно з Положенням про апеляційну комісію Одеського національного університету імені І. І. Мечникова. Предметом апеляції може бути тільки оцінка з вступних випробувань. Не розглядаються апеляції, подані невчасно або з порушенням процедури подання.

Вступники, які не з'явилися на вступне випробування без поважних причин у зазначений за розкладом час, до участі у подальших іспитах та конкурсному відборі не допускаються.

Голова предметної комісії  В'ячеслав ЄВТУХОВ