

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені І. І. МЕЧНИКОВА
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій

ЗАТВЕРДЖЕНО



Голова приймальної комісії

ОНУ імені І. І. Мечникова

проф. Вячеслав ТРУБА

« 06 »

березня

2025 р.

ПРОГРАМА
ФАХОВОГО ІСПИТУ

для вступу на навчання для здобуття
другого (магістерського) рівня вищої освіти
спеціальність F1 «Прикладна математика»
ОП «Прикладна математика»
на основі освітнього ступеня бакалавр, магістр
(освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліст)

Схвалено на засіданні Вченої ради
факультету математики, фізики
та інформаційних технологій
Протокол № 5 від «06» березня 2025 р.

ОНУ
2025

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Фаховий іспит – форма вступного випробування, для конкурсного відбору осіб для здобуття ступеня магістра, які вступають на основі здобутого ступеня бакалавра, магістра (освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліста). Організація та проведення вступного випробування відбувається у порядку визначеному Порядком прийому на навчання для здобуття вищої освіти в 2025 році затверджені наказом Міністерства освіти і науки України від 10 лютого 2025 року № 168 та зареєстрованому в Міністерстві юстиції України 26 лютого 2025 року за № 15/41360 та Положенню про приймальну комісію Одеського національного університету імені І. І. Мечникова.

Мета вступного випробування для вступу на навчання для здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти за спеціальністю F1 «Прикладна математика» за ОП «Прикладна математика» полягає в оцінці рівня теоретичних знань та практичних навичок абітурієнта з основних дисциплін математичного та прикладного спрямування, необхідних для подальшого успішного навчання на магістерському рівні.

Зокрема, мета вступного випробування включає:

- Перевірку знань абітурієнта з основних математичних дисциплін (теорія ймовірностей, математичний аналіз, лінійна алгебра, диференціальні рівняння тощо).
- Оцінку здатності до аналітичного мислення та вирішення прикладних задач в різних сферах застосування математики, таких як моделювання, обчислювальні методи, оптимізація, статистика та ін.
- Визначення готовності до освоєння більш складних тем в галузі прикладної математики, а також до проведення науково-дослідницької діяльності в межах магістерської програми.

Вимоги до рівня підготовки здобувачів на другий (магістерський) рівень вищої освіти спеціальності F1 «Прикладна математика» за освітньою програмою «Прикладна математика» :

1. Знання математичних дисциплін:

- Володіння основними методами математичного аналізу, теорії ймовірностей та математичної статистики, лінійної алгебри, диференціальних рівнянь та функціонального аналізу.

- Розуміння принципів побудови математичних моделей та здатність застосовувати їх для вирішення прикладних завдань у різних сферах, таких як фізика, економіка, інженерія та інші.
- 2. Навички програмування та роботи з математичними пакетами:
 - Знання мов програмування (наприклад, Python, C++, MATLAB, R) для вирішення задач прикладної математики.
 - Вміння використовувати спеціалізовані програмні засоби для моделювання, обробки даних та чисельних методів (наприклад, Mathematica, Maple, MATLAB).
- 3. Знання теорії оптимізації та чисельних методів:
 - Розуміння основних методів оптимізації та їх застосувань.
 - Здатність застосовувати чисельні методи для вирішення математичних задач та аналізу результатів.
- 4. Критичне мислення та здатність до наукової роботи:
 - Здатність самостійно аналізувати та формулювати математичні проблеми, розробляти стратегії для їх вирішення.
 - Вміння проводити математичні дослідження та розв'язувати задачі за допомогою наукових методів.
- 5. Навички науково-дослідної діяльності:
 - Уміння формулювати гіпотези, аналізувати літературу, працювати з науковими публікаціями.
 - Участь у наукових дослідженнях, розв'язання актуальних задач у галузі прикладної математики.
- 6. Загальні компетенції:
 - Вміння працювати в команді, комунікувати з фахівцями інших галузей.
 - Здатність до самоосвіти та постійного розвитку професійних навичок.
 - Розуміння етичних аспектів наукової та технічної діяльності, вміння застосовувати отримані знання в реальних умовах.
- 7. Очікувані результати перевірки знань та професійного рівня:
 - Здобувачі мають продемонструвати високий рівень теоретичних знань та практичних навичок у галузі прикладної математики.
 - Здатність до розв'язування складних математичних задач, а також до проведення наукових досліджень і розробки нових методів для практичного застосування.
 - Знання та вміння адаптувати математичні моделі під реальні умови та розробляти нові підходи для вирішення задач в різних галузях науки та виробництва.

Форма фахового іспиту – тестування.

Підготовка програми фахового іспиту, розробка тестових завдань та проведення іспиту здійснюється фаховою атестаційною комісією зі спеціальності «Прикладна математика» факультету математики, фізики та інформаційних технологій (наказ № 420-18 від 28.02.2025 р.).

1. ЗМІСТ ФАХОВОГО ІСПИТУ

1 Математичний аналіз

1. Границя числової послідовності. Теорема про границю монотонної послідовності. Лема про вкладені сегменти і лема Больцано—Вейерштрасса. Критерій Коші збіжності числової послідовності.
2. Границя функції (означення за Коші і за Гейне). Означення неперервності функції у точці. Теорема Вейерштрасса і Больцано—Коші про функції, неперервні на відрізку. Рівномірна неперервність, теорема Кантора.
3. Диференційовність і похідна дійсної функції дійсного змінного. Геометричний зміст похідної. Основні теореми про диференційовані функції (теореми Ферма, Ролля, Лагранжа). Формула Тейлора із залишком у формі Пеано, у формі Лагранжа (б/д).
4. Означення інтеграла Рімана. Інтегровність монотонних і неперервних функцій. Існування первісної у неперервної функції. Формула Ньютона—Лейбніца.
5. Числові ряди. Основні ознаки збіжності (ознака порівняння, Даламбера, Коші, інтегральна ознака) для рядів з невід'ємними членами. Ознака Лейбніца. Поняття абсолютної та умовної збіжності.
6. Неперервність функції багатьох змінних. Диференційовність функції багатьох змінних. Частинні похідні. Достатня умова диференційовності функції багатьох змінних.

2 Алгебра та геометрія

1. Кільце многочленів над полем. Неприводимість над полем. Корені многочлена. Теорема Безу. Критерій кратності кореня. Основна теорема алгебри (б/д). Наслідки з основної теореми для многочленів над полем $\mathbb{C}$ і над полем $\mathbb{R}$.

2. Мультиплікативна група квадратних матриць. Невироджена матриця. Оберненість матриць. Критерій оберненості. Алгоритми побудови оберненої матриці.
3. Лінійні простори. Лінійна незалежність системи векторів. Базис і розмірність лінійного простору, властивості. Координати вектора в заданому базисі. Перехід до нового базису.
4. Система лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Критерій сумісності СЛАР (теорема Кронекера—Капеллі). Структура загального розв'язку однорідної СЛАР. Фундаментальна система розв'язків. Структура загального розв'язку неоднорідної СЛАР.
5. Лінійний оператор. Матриця лінійного оператора. Координатна рівність. Зміна матриці оператора при переході до нового базису. Власні підпростори лінійного оператора. Характеристичний многочлен лінійного оператора.
6. Дійсні квадратичні форми. Лінійне невинроджене перетворення. Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей. Метод Лагранжа зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Закон інерції дійсних квадратичних форм.
7. Системи порівнянь першого ступеня. Китайська теорема про залишки. Порівняння по простому модулю.
8. Квадратичні лишки. Символ Лежандра та його властивості. Квадратичний закон взаємності (б/д). Символ Якобі.
9. Рівняння прямої і площини. Похідні види рівнянь. Взаємне розташування прямої і площини.
10. Афінна класифікація гіперповерхонь другого порядку. Класифікація кривих другого порядку. Канонічні рівняння поверхонь другого порядку.

3 Математична логіка та теорія множин

1. Поняття множини. Способи задання множин. Поняття підмножини. Рівність двох множин. Операції над множинами: об'єднання, перетин, різниця, доповнення. Декартів добуток множин.
2. Відношення. Властивості бінарних відношень: рефлексивність, іррефлексивність, симетричність, антисиметричність, транзитивність. Операції над бінарними відношеннями.
3. Висловлювання. Прості і складені висловлювання. Логічні зв'язки. Таблиці Куайна для логічних зв'язок. Характеристичні властивості логічних зв'язок.
4. Алфавіт алгебри висловлювань. Індуктивне визначення формули алгебри висловлень (ФАВ). Інтерпретація ФАВ. Таблиці Куайна для

ФАВ. ласифікація ФАВ: здійсненні, спростовні, тотожно істинні, тотожно хибні формули.

4 Дискретна математика

1. Означення графа. Способи задання графів. Ізоморфізм графів. Маршрут, ланцюг, простий ланцюг. Цикл. Простий цикл.
2. Цикломатичне число графа. Теорема про цикломатичне число. Означення дерева. Означення лісу. Теорема про ліси.
3. Означення булевої функції (БФ). Табличне задання БФ. Елементарні БФ.
4. Основні класи БФ. Двоїсті функції. Самодвоїсті функції. Монотонні функції. Істотні і фіктивні змінні. Лінійні функції.

5 Диференціальні рівняння

1. Задача Коші для диференціального рівняння першого порядку. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші.
2. Лінійні однорідні звичайні диференціальні рівняння n -го порядку з постійними коефіцієнтами. Метод Ейлера.
3. Лінійні неоднорідні звичайні диференціальні рівняння n -го порядку з постійними коефіцієнтами. Метод Лагранжа.

6 Теорія функцій комплексної змінної

1. Інтегральна теорема Коші (б/д). Інтегральна формула Коші (б/д).
2. Означення лишку (вычета). Теорема про лишки (б/д).
3. Обчислення лишку у разі полюса.

7 Рівняння математичної фізики

1. Формулювання крайової задачі Штурма—Ліувілля. Властивості власних значень і власних функцій задачі Штурма — Ліувілля (б/д). Теорема розвинення Стеклова (б/д).
2. Функція Гріна одновимірної крайової задачі (в чому відмінність від фундаментальної функції). Довести теорему єдиності для функції Гріна.
3. Означення самоспряженої крайової задачі. Симетричність функції Гріна для самоспряженої крайової задачі (б/д).
4. Означення фундаментальної та базисної систем розв'язків для одновимірної крайової задачі. Довести теорему існування для функції Гріна.

8 Теорія ймовірностей, математична статистика та випадкові процеси

1. Дискретний простір елементарних подій. Операції над подіями. Класичне означення ймовірності. Властивості ймовірностей.

2. Умовні ймовірності. Незалежні події та їх властивості.
3. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.
4. Дискретні випадкові величини. Функція розподілу. Біноміальний, геометричний, гіпергеометричний розподіл. Розподіл Пуассона.
5. Неперервні випадкові величини. Густина (щільність) функції розподілу випадкової величини. Нормальний, рівномірний, показниковий розподіл.
6. Числові характеристики випадкових величин: математичне сподівання, дисперсія та їх властивості.
7. Випадкові процеси марківського типу. Рівняння Колмогорова.

9 Обчислювальні методи

1. Теорема про LU -розкладання матриці. Метод Гауса. Стійкість методу Гауса.
2. Метод простої ітерації розв'язування СЛАР. Необхідна і достатня умова збіжності.
3. Розв'язування нелінійної задачі найменших квадратів за допомогою SVD-розкладання матриці.
4. Інтерполяційний багаточлен Лагранжа. Інтерполяційний багаточлен Ньютона з поділеними різницями. Похибка формул чисельного диференціювання.
5. Сплайни. Базисні сплайни. Інтерполяційні сплайни Лагранжа та Ерміта.
6. Квадратурні формули Ньютона—Котеса (прямокутників, трапецій, Сімпсона). Принцип Рунге практичної оцінки похибки чисельного інтегрування. Квадратурні формули Гауса.
7. Методи Рунге—Кутта довільного порядку точності розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.

10 Методи оптимізації та дослідження операцій

1. Задачі лінійного програмування (ЗЛП): їх типи, поняття плану. Графічний метод розв'язування ЗЛП.
2. Симплекс-метод для ЗЛП у нестандартній формі. Умова допустимості плану. Умова оптимальності плану. M -метод для ЗЛП в загальній формі.
3. Двоїста задача до ЗЛП. Зв'язок розв'язків прямої та двоїстої задач. Теорема двоїстості. Економічний зміст двоїстих змінних.
4. Транспортна задача (ТЗ). Припущення при побудові моделі найпростішої ТЗ. Закрита та відкрита ТЗ. Особливості ТЗ (б/д). Методи побудови початкового плану і метод його поліпшення: метод північно-західного кута; метод мінімального елемента; метод потенціалів.

5. Необхідні та достатні умови екстремуму функцій однієї та багатьох змінних в задачах без обмежень (б/д).
6. Необхідні та достатні умови в задачах умовного екстремуму з обмеженнями типу рівностей та нерівностей (б/д). Метод множників Лагранжа.
7. Основна теорема опуклого програмування Куна—Таккера (з доведенням необхідності).
8. Чисельні методи одновимірної оптимізації. Симетричні методи: метод ділення відрізка навпіл, метод золотого перетину, метод Фібоначчі.
9. Чисельні методи розв'язування задач багатовимірної оптимізації. Метод градієнтного спуску, його властивості та способи вибору кроку. Метод спряжених градієнтів. Метод Ньютона та його модифікації. Властивості.
10. Чисельні методи розв'язування задач умовної оптимізації. Методи послідовної безумовної оптимізації (методи штрафних функцій). Методи можливих напрямків: метод проекції градієнта, метод умовного градієнта.

11 Аналіз даних та машинне навчання

1. Кореляційний аналіз взаємозв'язків. Оцінки (коефіцієнти) парних зв'язків для різних типів ознак: неперервних, рангових, категоріальних.
2. Регресійний аналіз взаємозв'язків. Обчислення параметрів лінійної регресійної моделі.
3. Математична та інтуїтивна постановки задачі навчання із вчителем. Класифікація та регресія. Основні поняття та терміни машинного навчання. Функція втрат. Функціонал якості. Параметри та гіперпараметри. Проблема перенавчання. Кросвалідація.
4. Моделі навчання із вчителем: метричні моделі, дерева рішень, лінійні моделі, найпростіші нейронні мережі. Підбір гіперпараметрів. Переваги та недоліки моделей.
5. Навчання без вчителя. Кластеризація. Ієрархічні методи, їх переваги та недоліки. Ітераційні методи. Переваги та недоліки.

12 Алгоритми, програмування та структури даних

1. Робота з покажчиками та ітераторами. Динамічне виділення пам'яті.
2. Функції. Формальні та фактичні параметри, способи передачі параметрів.
3. Приклади послідовних (array, vector, list) та асоціативних (map, set, multimap, multiset) контейнерів.
4. Скалярні та пооб'єктні типи даних. Структури та класи.
5. Основні принципи об'єктно-орієнтованого програмування.

6. Алгоритми внутрішнього та зовнішнього сортування порівнянням. Оцінка асимптотичної обчислювальної складності.
7. Бінарні та біноміальні кучі. Призначення, побудова, основні операції. Порівняльна оцінка асимптотичної обчислювальної складності.
8. Загальна схема програм пошуку по графу. Приклади інтерпретації DFS, BFS.
9. Матроїди. Загальна схема і приклади реалізації жадібних алгоритмів. Зв'язок матроїда і жадібних алгоритмів.
10. Принципи і прийоми динамічного програмування. Приклади алгоритмів динамічного програмування.

13 Базы даних та інформаційні системи

1. Поняття бази даних та її означення. Поняття СКБД та її основні функції. Компоненти системи БД. Переваги та недоліки СКБД.
2. Трирівнева архітектура ANSI-SPARC. Рівні опису даних та їх призначення. Підтримка принципу незалежності даних на основі багаторівневої архітектури.
3. Моделі даних та концептуальне моделювання. Склад моделі. Категорії моделей. Об'єктні моделі. Моделі на основі записів. Коротка характеристика реляційної, мережевої та ієрархічної моделей даних.
4. Архітектури багатокористувацьких СКБД. Телеобробка. Файл-серверна архітектура. Технологія .клієнт-сервер.. Розподілені системи.
5. Реляційна модель даних. Математичні означення домену, відношення, кортежу, атрибута, ступеня і кардинального числа. Властивості відношень. Означення реляційної бази даних.
6. Поняття логічної цілісності реляційних даних. Види обмежень цілісності. Поняття та визначення потенційного ключа. Призначення потенційних ключів. Поняття та означення зовнішнього ключа. Призначення зовнішніх ключів. Правила зовнішніх ключів.
7. Поняття реляційної алгебри. Призначення РА. Теоретико-множинні операції реляційної алгебри, їх означення та властивості. Поняття сумісності за типом. Спеціальні реляційні операції, їх означення та властивості.
8. Загальна характеристика мови SQL. Оператори визначення даних. Прості запити на вибірку даних. Агрегатні функції. Запити з угрупованням (GROUP BY). Зв'язування декількох таблиць. Запити на зміну стану бази даних.

2. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Безущак О.О. Завдання до практичних занять з лінійної алгебри / О.О. Безущак, О.Г. Ганюшкін, Є.А. Кочубінська. К.: ВПЦ «Київський університет», 2016.
2. Безущак О.О. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко математичного факультету / О.О. Безущак, О.Г. Ганюшкін, Є.А. Кочубінська. К.: ВПЦ «Київський університет», 2019.
3. Вайсфельд Н. Д., Реут В.В. Рівняння математичної фізики. Видання Одеського університету, навчальний посібник, 2019.
4. Вакал Є.С., Ловейкін А.В. Методи математичної фізики в прикладах і задачах: навч. посіб. Київ: Видавець Кравченко Я.О., 2020.
5. Вербіцький В.В., Реут В.В. Введення в чисельні методи аналізу і диференціальних рівнянь: навчальний посібник. – Одеса: Одеський національний університет імені І.І. Мечникова, 2018. – 116 с.
6. Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т., Харченко І.І. Диференціальні рівняння для інформатиків. К. ВПЦ КНУ, 2008.
7. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. К.: ВПЦ Київський університет, 2010.
8. Голомозий В.В., Карташов М.В., Ральченко К.В. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посіб. К: ВПЦ Київський університет, 2019.
9. Кічмаренко О.Д., Стехун А.О., Яровий А.Т. Дослідження операцій: навчальний посібник для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спец. 111.Математика, 113 Прикладна математика, 122 Комп'ютерні науки, 126 Інформаційні системи і технології. Одеса: ОНУ, 2023.
10. Коцовський В.М. Дискретна математика та теорія алгоритмів. Ужгород: УжНУ, 2016.
11. Матвієнко М.П. Комп'ютерна логіка. Навчальний посібник. К.: Видавництво Ліра-К, 2012.
12. Мусіяка В.Г. Основи чисельних методів: підручник. Дніпро : ЛІРА, 2017.
13. Олещенко Л.М. Машинне навчання: комп'ютерний практикум з дисципліни «Машинне навчання» [Електронний ресурс]: навч. посіб. КПІ ім. Ігоря Сікорського. Електронні текстові дані. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022.

14. Самкова Г.Є., Шарай Н.В., Мойсєєнок О.П. . Навчально-методичний посібник “Звичайні диференціальні рівняння та системи звичайних диференціальних рівнянь”. Одеса: Одеський національний університет імені І.І. Мечникова, 2019.
15. Слюсарчук, Т.В. Боярищева, М.С. Герич, О.О. Погоріляк, О.О. Синявська, Г.І. Сливка-Тилищак. Комплексний аналіз: навчальний посібник. Ужгород: «Шарк», 2020.
16. Турчин В. М. Теорія ймовірностей та математична статистика. Д.: ІМА-прес, 2014. 556 с.
17. Шебаніна О.В., Ключан В.П., Тищенко С.І., Могильницька А.М., Крайній В.О., Хилько І.І. Математична логіка. Миколаїв: МНАУ, 2021.
18. Якімова Н.А. Логічна алгебра: методичний посібник. Одеса: «Освіта України», 2019.
19. Якімова Н.А. Дискретна математика. Частина 1. Теорія множин. Теорія графів (курс лекцій). Одеса: ОНУ ім. І.І.Мечникова, 2022.
20. Яровий А.Т., Страхов Є.М. Методи оптимізації та варіаційне числення. Одеса. Освіта України. 2017.
21. Яровий А.Т., Страхов Є.М., Васильєв О.Б.. Методи оптимізації. Навчально-методичний посібник для студентів спеціальностей “Математика” та “Прикладна математика”. Одеса, ОНУ. 2023.
22. Hamdy A. Taha. Operations Research An Introduction, 10th edition. Pearson Education, 2017.
23. Goodfellow, I., Bengio, Y. and Courville, A. Deep Learning. MIT Press. 2016).
24. Connolly Th., Begg C. Database Systems: A Practical Approach to Design, Implementation, and Management. 6-th ed. / Pearson Education Limited, 2015.
25. Date C. J. Database Design and Relational Theory / Apress Media LLC, 2019.
26. Stewart D. E. Numerical Analysis: A Graduate Course. CMS/CAIMS Books in Mathematics, Springer, 2022. 632 p.

3. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ФАХОВОГО ІСПИТУ

Зміст тестових завдань визначено Програмою фахового іспиту для вступу на навчання для здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти за спеціальністю «Прикладна математика» ОП «Прикладна математика» на основі ступеня бакалавра, магістра (освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліста).

Тест для фахового іспиту складається із завдань з **вибором однієї правильної відповіді** (ТЗ закритої форми). До кожного завдання подано чотири варіантів відповідей (А, Б, В, Г), з яких один правильний.

Загальна кількість завдань тесту – 50.

Завдання з вибором однієї правильної відповіді оцінюються в 0 або 2 тестових балів.

Результат фахового випробовування оцінюють за шкалою від 0 до 100 балів.

Критерії оцінювання іспиту за фахом

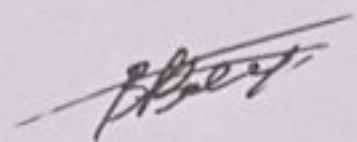
ТЗ із вибором однієї правильної відповіді	Кількість балів
• неправильна відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповідь не надано	0 балів
• правильна відповідь	2 бали
• мінімальна кількість тестових балів, яка дає право на участь в конкурсному відборі	12 балів
• максимальна кількість балів, яку можна набрати, правильно виконавши всі завдання тесту	100 балів

Під час проведення вступного випробування не допускається користування електронними приладами, підручниками, навчальними посібниками та іншими матеріалами, якщо це не передбачено рішенням Приймальної комісії. У разі використання вступником під час вступного випробування сторонніх джерел інформації (у тому числі підказки) він відсторонюється від участі у випробуваннях, про що складається акт, в якому фахова атестаційна комісія вказує причину відсторонення та час. У разі використання заборонених джерел абітурієнт, на вимогу члена фахової атестаційної комісії, залишає аудиторію та одержує загальну нульову оцінку.

Вступник має право подати письмову апеляцію щодо екзаменаційної оцінки (кількість балів), отриманої на вступному випробуванні. Апеляція подається письмово у вигляді заяви у довільній формі на ім'я голови Приймальної комісії ОНУ імені І. І. Мечникова. Апеляційна заява подається вступником особисто згідно з Положенням про апеляційну комісію Одеського національного університету імені І. І. Мечникова. Предметом апеляції може бути тільки оцінка з вступних випробувань. Не розглядаються апеляції, подані несвоєчасно або з порушенням процедури подання.

Вступники, які не з'явилися на вступне випробування без поважних причин у зазначений за розкладом час, до участі у подальших вступних випробуваннях та конкурсному відборі не допускаються.

Голова фахової атестаційної комісії
зі спеціальності «Прикладна математика»



Віктор ВЕРБИЦЬКИЙ