

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені І. І. МЕЧНИКОВА
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій



ЗАТВЕРДЖЕНО

Голова приймальної комісії

ОНУ імені І. І. Мечникова

проф. Вячеслав ТРУБА

«28» березня 2025 р.

ПРОГРАМА
ФАХОВОГО ІСПИТУ
для вступу на навчання для здобуття
другого (магістерського) рівня вищої освіти
спеціальність Е7 «Математика» ОП «Математика»
на основі освітнього ступеня бакалавр, магістр
(освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліст)

Схвалено на засіданні Вченої ради
факультету математики, фізики
та інформаційних технологій
Протокол № 5 від «06» березня 2025 р.

ОНУ
2025

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Фаховий іспит – форма вступного випробування, для конкурсного відбору осіб для здобуття ступеня магістра, які вступають на основі здобутого ступеня бакалавра, магістра (освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліста). Організація та проведення вступного випробування відбувається у порядку визначеному Порядком прийому на навчання для здобуття вищої освіти в 2025 році затвердженому наказом Міністерства освіти і науки України від 10 лютого 2025 року № 168 та зареєстрованому в Міністерстві юстиції України 26 лютого 2025 року за № 15/41360 та Положенню про приймальну комісію Одеського національного університету імені І. І. Мечникова.

Мета вступного випробування за спеціальністю «Математика». Метою фахового вступного випробування є оцінювання рівня сформованості професійних математичних знань, умінь і навичок, а також здатності до логіко-аналітичного мислення, необхідних для успішного навчання за освітньою програмою другого (магістерського) рівня вищої освіти. Випробування передбачає перевірку теоретичної обґрунтованості, глибини розуміння та практичного володіння основами вищої математики, а також вміння застосовувати математичний апарат до розв'язання задач підвищеної складності, у тому числі з елементами математичних досліджень.

Вимоги до рівня підготовки здобувачів. Вступник повинен продемонструвати готовність до професійного опанування сучасної математичної теорії та практики шляхом виявлення таких компетентностей:

Знання:

фундаментальних понять математичного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, теорії ймовірностей, диференціальних рівнянь, елементів функціонального аналізу;

основ теорії множин, математичної логіки та побудови математичних доведень;

базових методів чисельного аналізу та математичного моделювання;

принципів побудови й аналізу математичних моделей прикладного характеру;

загальної структури математичних дисциплін, термінології, символіки, математичної культури викладення.

Уміння:

логічно грамотно формулювати та доводити математичні твердження; розв'язувати задачі підвищеної складності, що вимагають поєднання кількох розділів математики;

аналізувати функціональні залежності та проводити повне дослідження функцій;

будувати та обґрунтовувати математичні моделі явищ і процесів;

виконувати аналітичні й чисельні методи обчислень;

застосовувати елементи теоретико-множинного апарату та логічного аналізу до абстрактних і прикладних задач.

Навички:

математичного мислення, узагальнення та абстрагування;

грамотного математичного запису та аргументованої побудови доведень;

самостійної постановки математичних задач і вибору ефективних методів їх розв'язання;

застосування набутого математичного апарату в міждисциплінарному контексті (наприклад, у фізиці, інформатиці, економіці тощо).

Форма фахового іспиту – тестування.

Підготовка програми фахового іспиту, розробка тестових завдань та проведення іспиту здійснюється фаховою атестаційною комісією зі спеціальності «Прикладна математика» факультету математики, фізики та інформаційних технологій (наказ № 420-18 від 28.02.2025 р.).

1. ЗМІСТ ФАХОВОГО ІСПИТУ

Розділ I. Математичний та функціональний аналіз

1. Поле дійсних чисел. Властивість повноти. Обмежені множини. Точні межі (грані) числових множин, їх існування.
2. Границя числової послідовності. Теорема про границю монотонної послідовності. Послідовність $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ та її властивості (без доведення). Число Ейлера. Лема про вкладені сегменти та лема Больцано — Вейерштраса. Критерій Коші.
3. Границя функції (означення за Коші та за Гейне, теорема про їх рівносильність).
4. Означення неперервної функції у точці. Теореми Вейерштрасса і Больцано — Коші про функції, які неперервні на відрізку. Рівномірна неперервність, теорема Кантора.
5. Диференційовність та похідна дійсної функції дійсної змінної. Геометричний сенс похідної. Неперервність диференційовної функції. Основні теореми про диференційовні функції (теореми Ферма, Ролля, Лагранжа). Формула Тейлора з залишками у формі Пеано, Лагранжа. Локальний екстремум. Необхідні та достатні умови.
6. Означення інтеграла Рімана. Критерій інтегровності. Інтегрування монотонних та неперервних функцій. Геометричні та фізичні задачі на застосування визначеного інтеграла.
7. Теореми про неперервність та диференційовність інтеграла зі змінною верхньою межею. Існування первісної у неперервної функції. Формула Ньютона — Лейбниця.
8. Означення невластних інтегралів від необмежених функцій та по необмеженим інтервалам. Ознака порівняння для інтегралів від невід'ємних функцій. Гама- та бета-функції Ейлера (означення, існування та формули пониження).
9. Числові ряди. Основні ознаки збіжності (ознаки порівняння, Даламбера, Коші, інтегральна) для рядів з невід'ємними доданками. Ознака Лейбниця. Поняття абсолютної та умовної збіжності.
10. Функціональні ряди. Рівномірна збіжність. Ознака Вейерштраса. Теорема про неперервність суми ряду, почленне диференціювання та інтегрування рядів. Степеневі ряди. Розвинення функцій $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = e^x$, $y = \ln(1+x)$, $y = (1+x)^\alpha$ у степеневі ряди та радіуси збіжності цих рядів.
11. Ряди Фур'є. Означення, інтеграла Діріхле, лема Рімана (без доведення), ознака Діні — Ліпшиця збіжності ряду Фур'є, наслідок.
12. Ортогональна система функцій, приклад тригонометричної системи. Ряд Фур'є по ортогональній системі. Мінімальна властивість частинних сум ряду Фур'є. Нерівність Бесселя та рівність Парсеваля.
13. Неперервність функції багатьох змінних (означення). Диференційовність функції багатьох змінних. Частинні похідні. Достатня умова диференційовності.

14. Міра Лебега множини та її основні властивості. Вимірні за Лебегом функції та їх основні властивості. Збіжність за мірою та майже всюди.
15. Інтеграл Лебега та його основні властивості.

Розділ II. Алгебра, теорія чисел та математична логіка

1. Основні алгебраїчні структури: групи, кільця, поля (означення). Група та її підгрупа. Порядок групи та порядок елементу. Суміжні класи. Теорема Лагранжа. Гомоморфізм груп. Основна теорема про гомоморфізми груп. Ізоморфізм груп. Критерії ізоморфності циклічних груп.
2. Евклідові простори. Скалярний добуток. Нерівність Коші — Буняковського. Ортонормовані базиси у скінченновимірних евклідових просторах (їх існування та властивості, процес ортогоналізації Грама — Шмідта, визначник Грама та його властивості).
3. Лінійний векторний простір, його базис. Підпростір, критерій підпростору. Ізоморфізм лінійних просторів. Лінійний оператор та його матриця. Характеристичний многочлен. Теорема Гамільтона — Келі. Власні вектори та власні значення (алгоритм обчислення).
4. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Теорема Кронекера — Капеллі. Правило Крамера. Простір розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь, фундаментальна система розв'язків. Побудова загального розв'язку неоднорідної системи лінійних рівнянь.
5. Квадратичні форми та їх матриці. Невироджені лінійні перетворення змінних квадратичних форм. Канонічний та нормальний вид дійсної квадратичної форми. Критерій Сільвестра.
6. Мова логіки висловлень, модель логіки висловлень і основні класи формул. Істинність таблиці. Логічне слідування і основні властивості, теорема дедукції.
7. Основні закони логіки висловлень. Метод еквівалентних перетворень. Пряма, обернена та протилежна теореми. Теореми КНФ, тавтології.

Розділ III. Геометрія і топологія

1. Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів у просторі E^3 . Їх геометричні та алгебраїчні властивості, вираз у координатах.
2. Різні види рівнянь прямої на площині, прямої та площини у просторі. Кут між двома прямими, кут між двома площинами, кут між прямою та площиною, умови паралельності та перпендикулярності. Відстань від точки до прямої у просторі, відстань від точки до площини.
3. Криві другого порядку. Означення та канонічні рівняння еліпса, гіперболи, параболи. Теореми про директриси. Поверхні другого порядку та їх канонічні рівняння.
4. Означення кривої та її рівняння. Приклади. Довжина дуги кривої та її обчислення. Формули та елементи тригранника Френе.
5. Означення поверхні та її рівняння. Довжина дуги кривої та кут між кривими на поверхні. Дотична площина та нормаль до поверхні.

6. Означення топологічного простору і його підпростору. Метрична топологія. Стандартна топологія евклідового простору. Відокремні та компактні простори. Неперервні та топологічні відображення.

Розділ IV. Комплексний аналіз

1. Поле комплексних чисел (побудова). Добування кореня n -ого степеню з комплексного числа. Основна теорема алгебри.
2. Похідна функції комплексного змінного. Аналітичні функції, умови Коші — Рімана.
3. Основні елементарні функції комплексного змінного та їх властивості; дробоволінійна функція, функції e^z , z^α , $\sin z$, $\cos z$, $\ln z$, $\operatorname{Ln} z$ (області визначення, множини значень, аналітичність, нулі функції, періодичність).
4. Інтегрування функції комплексного змінного. Теорема Коші. Інтегральна формула Коші.
5. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та круг збіжності. Ряд Тейлора. Розвинення основних елементарних функцій e^z , $\sin z$, $\cos z$, $\ln(1+z)$. Ряди Лорана. Класифікація ізольованих особливих точок аналітичних функцій.
6. Лишки. Основна теорема про лишки та її застосування.

Розділ V. Диференціальні рівняння

1. Лінійне звичайне диференціальне рівняння n -го порядку. Існування фундаментальної системи розв'язків.
2. Теорема про загальний розв'язок лінійного однорідного та лінійного неоднорідного рівняння.
3. Розв'язання лінійних однорідних звичайних диференціальних рівнянь n -ого порядку зі сталими коефіцієнтами (метод Ейлера).
4. Теорема Пікара-Коші про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь.
5. Теорема про множину всіх розв'язків лінійного однорідного рівняння першого порядку з частинними похідними.

Розділ VI. Теорія ймовірностей та математична статистика

1. Означення ймовірності події (класичне, статистичне). Теореми додавання та множення ймовірностей. Формула повної ймовірності.
2. Випадкові величини (дискретні та неперервні). Функція розподілу випадкової величини. Еталонні неперервні випадкові величини. Математичне сподівання та дисперсія, їх властивості.
3. Нерівність Чебишева. Закон великих чисел. Центральна гранична теорема Ляпунова (без доведення).
4. Середнє арифметичне значення та вибіркова дисперсія випадкової вибірки. Надійний інтервал для оцінки математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини з відомою дисперсією. Статистична гіпотеза. Рівень значущості. Розподіл Ст'юдента та χ^2 , їх застосування.

2. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Федак І.В. Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри. Навчальний посібник. Ч. 4. Лінійні функціонали та лінійні оператори.- Івано-Франківськ: ПНУ імені Василя Стефаника, 2020.- 56с.
2. Березанський Ю.М., Шефтель З.Ф. Функціональний аналіз. : підруч. Львів: Видавець І.Е.Чижиков, 2014, 559с.
3. Боярищева Т.В., Гудивок Т.В., Погоріляк О.О. Функціональний аналіз. Навчальний посібник для студентів спеціальностей «математика», «прикладна математика», «статистика».- Ужгород, 2013.- 119с.
4. Лисенко З.М., Шанін Р.В. Функціональний аналіз. Частина 1: Метричні простори. Конспект лекцій. Одеса: ОНУ.2022. – 67 с.
5. Коцовський В.М. Дискретна математика та теорія алгоритмів. - Ужгород: УНУ, 2016. – 98с.
6. Матвієнко М.П. Комп'ютерна логіка. Навчальний посібник. – К.: Видавництво Ліра-К, 2012, 288с.
7. Темнікова О.Л. Дискретна математика. Конспект лекцій. Частина 1. – Київ: КПІ, 2021. – 154с.
8. Осадча Л. К., Лінійна алгебра та аналітична геометрія : навч. посібник // Рівне :НУВГП, 2020. – 205 с.
9. Франовський А.Ц., Карплюк С.О. Диференціальна геометрія : Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів .-Житомир: вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2013.188с.
10. Франовський А.Ц. Диференціальна геометрія: Практикум з розв'язування задач. Житомир: Поліграфічний центр ЖДПУ, 2011. 64с.
11. Городецький В.В., Мартинюк О.В. Диференціальна геометрія в теоремах і задачах. Підручник . Чернівці: вид-во «Золоті литаври», 2013. 396 с. (з грифом МОНУ)
12. Міхлін Ю.В. . Кирилова Н.О. , Марочковська І.О.. Елементи диференціальної геометрії: навч. посібник; Харків.: вид-во НТУ ХПІ, 2020. 44с.
13. Пришляк О., Лукова Н. Диференціальна геометрія і топологія: курс лекцій. Київ, КНУ, 2011, 120с.
14. Грищенко О.Ю., Оноцький В.В. Курс лекцій з комплексного аналізу Частина перша, підручник. Київ. 2015, 144 с.
15. Самойленко В. Г. Комплексний аналіз. Приклади і задачі: навчальний посібник / За ред. В. Г. Самойленка. Київський національний університет імені Т. Г. Шевченка. Київ. 2010, 223 с.
16. Є. Д. Білоколот, Л. Л. Зайцева, Д. Д. Шека. Збірник задач з комплексного аналізу. Частина І. Функції комплексної змінної: методична розробка для студентів природничих факультетів. Київ. 2014. 71 с.

17. Функції комплексної змінної: практикум з комплексного аналізу для студентів 3 курсу фіз.-мат. ф-ту/ Уклад.: В.В.Дрозд. – К.: НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського», 2017, 88 с.
18. Бокало М.М. Диференціальні рівняння. Львів, Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка.- 2014. -232с.
19. Бокало М.М. Збірник задач з курсу Диференціальні рівняння. Львів, Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка.- 2014. -179с.
20. Бугрій О.М., Процах Н.П., Бугрій Н.В. Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі. Навчальний посібник. Львів. 2011. 348с.
21. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. К.: ВПЦ Київський університет, 2010. 464 с.
22. Голомозий В.В., Карташов М.В., Ральченко К.В. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посіб. К: ВПЦ Київський університет, 2019. 367 с.
23. Турчин В. М. Теорія ймовірностей та математична статистика. Д.: ІМА-прес, 2014. 556 с.

3. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ФАХОВОГО ІСПИТУ

Зміст тестових завдань визначено Програмою фахового іспиту для вступу на навчання для здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти за спеціальністю Е7 «Математика» ОП «Математика» на основі ступеня бакалавра, магістра (освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліста).

Тест для фахового іспиту складається із завдань з **вибором однієї правильної відповіді** (ТЗ закритої форми). До кожного завдання подано чотири варіанти відповідей (А, Б, В, Г), з яких один правильний.

Загальна кількість завдань тесту – 50.

Завдання з вибором однієї правильної відповіді оцінюються в 0 або 2 тестових балів.

Результат фахового випробовування оцінюють за шкалою від 0 до 100 балів.

Критерії оцінювання іспиту за фахом

ТЗ із вибором однієї правильної відповіді	Кількість балів
• неправильна відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповідь ненадано	0 балів
• правильна відповідь	2 бали
• мінімальна кількість тестових балів, яка дає право на участь в конкурсному відборі	12 балів
• максимальна кількість балів, яку можна набрати, правильно виконавши всі завдання тесту	100 балів

Під час проведення вступного випробовування не допускається

користування електронними приладами, підручниками, навчальними посібниками та іншими матеріалами, якщо це не передбачено рішенням Приймальної комісії. У разі використання вступником під час вступного випробування сторонніх джерел інформації (у тому числі підказки) він відсторонюється від участі у випробуваннях, про що складається акт, в якому фахова атестаційна комісія вказує причину відсторонення та час. У разі використання заборонених джерел абітурієнт, на вимогу члена фахової атестаційної комісії, залишає аудиторію та одержує загальну нульову оцінку.

Вступник має право подати письмову апеляцію щодо екзаменаційної оцінки (кількість балів), отриманої на вступному випробуванні. Апеляція подається письмово у вигляді заяви у довільній формі на ім'я голови Приймальної комісії ОНУ імені І. І. Мечникова. Апеляційна заява подається вступником особисто згідно з Положенням про апеляційну комісію Одеського національного університету імені І. І. Мечникова. Предметом апеляції може бути тільки оцінка з вступних випробувань. Не розглядаються апеляції, подані невчасно або з порушенням процедури подання.

Вступники, які не з'явились на вступне випробування без поважних причин у зазначений за розкладом час, до участі у подальших вступних випробуваннях та конкурсному відборі не допускаються.

Голова фахової атестаційної комісії
зі спеціальності «Математика»



Євген СТРАХОВ