

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ І. І. МЕЧНИКОВА



ЗАТВЕРДЖУЮ»

Голова приймальної комісії

Вячеслав ТРУБА

_____ 2024 р.

ПРОГРАМА
фахового вступного іспиту
до Одеського національного університету імені І.І. Мечникова
для навчання на третьому (освітньо-науковому) рівні
на основі НРК 7
за спеціальністю 113 «Прикладна математика»

Одеса 2024

Програма фахового вступного іспиту до аспірантури за спеціальністю 113 «Прикладна математика» 2024 рік

1 Математичний аналіз

1. Границя числової послідовності. Теорема про границю монотонної послідовності. Лема про вкладені сегменти і лема Больцано — Вейєрштрасса. Критерій Коші збіжності числової послідовності.
2. Границя функції (визначення за Коші і за Гейне). Означення неперервності функції у точці. Теореми Вейєрштрасса і Больцано — Коші про функції, неперервні на відрізьку. Рівномірна неперервність, теорема Кантора.
3. Дифференційовність і похідна дійсної функції дійсного змінного. Геометричний зміст похідної. Основні теореми про диференційовні функції (теореми Ферма, Ролля, Лагранжа). Формула Тейлора із залишком у формі Пеано, у формі Лагранжа (б/д).
4. Означення інтеграла Рімана. Інтегровність монотонних і неперервних функцій. Існування первісної у неперервної функції. Формула Ньютона — Лейбніца.
5. Числові ряди. Основні ознаки збіжності (ознака порівняння, Даламбера, Коші, інтегральна ознака) для рядів з невід'ємними членами. Ознака Лейбніца. Поняття абсолютної та умовної збіжності.
6. Неперервність функції багатьох змінних. Дифференційовність функції багатьох змінних. Частинні похідні. Достатня умова диференційовності функції багатьох змінних.

2 Алгебра та геометрія

1. Кільце многочленів над полем. Неприводимість над полем. Корені многочлена. Теорема Безу. Критерій кратності кореня. Основна теорема алгебри (б/д). Наслідки з основної теореми для многочленів над полем \mathbb{C} і над полем \mathbb{R} .
2. Мультиплікативна група квадратних матриць. Невироджена матриця. Оберненість матриць. Критерій оберненості. Алгоритми побудови оберненої матриці.
3. Лінійні простори. Лінійна незалежність системи векторів. Базис і розмірність лінійного простору, властивості. Координати вектора в заданому базисі. Перехід до нового базису.
4. Система лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Критерій сумісності СЛАР (теорема Кронекера — Капеллі). Структура загального розв'язку однорідної СЛАР. Фундаментальна система розв'язків. Структура загального розв'язку неоднорідної СЛАР.
5. Лінійний оператор. Матриця лінійного оператора. Координатна рівність. Зміна матриці оператора при переході до нового базису. Власні підпростори лінійного оператора. Характеристичний многочлен лінійного оператора.
6. Дійсні квадратичні форми. Лінійне невироджене перетворення. Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей. Метод Лагранжа зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Закон інерції дійсних квадратичних форм.
7. Системи порівнянь першого ступеня. Китайська теорема про залишки. Порівняння по простому модулю.

8. Квадратичні лишки. Символ Лежандра та його властивості. Квадратичний закон взаємності (б/д). Символ Якобі.
9. Рівняння прямої і площини. Похідні види рівнянь. Взаємне розташування прямої і площини.
10. Афінна класифікація гіперповерхонь другого порядку. Класифікація кривих другого порядку. Канонічні рівняння поверхонь другого порядку.

3 Математична логіка та теорія множин

1. Поняття множини. Способи задання множин. Поняття підмножини. Рівність двох множин. Операції над множинами: об'єднання, перетин, різниця, доповнення. Декартів добуток множин.
2. Відношення. Властивості бінарних відношень: рефлексивність, іррефлексивність, симетричність, антисиметричність, транзитивність. Операції над бінарними відношеннями.
3. Висловлювання. Прості і складені висловлювання. Логічні зв'язки. Таблиці Куайна для логічних зв'язок. Характеристичні властивості логічних зв'язок.
4. Алфавіт алгебри висловлювань. Індуктивне визначення формули алгебри висловлень (ФАВ). Інтерпретація ФАВ. Таблиці Куайна для ФАВ. Класифікація ФАВ: здійсненні, спростовні, тотожно істинні, тотожно хибні формули.

4 Дискретна математика

1. Означення графа. Способи задання графів. Ізоморфізм графів. Маршрут, ланцюг, простий ланцюг. Цикл. Простий цикл.
2. Цикломатичне число графа. Теорема про цикломатичне число. Означення дерева. Означення лісу. Теорема про ліси.
3. Означення булевої функції (БФ). Табличне задання БФ. Елементарні БФ.
4. Основні класи БФ. Двоїсті функції. Самодвоїсті функції. Монотонні функції. Істотні і фіктивні змінні. Лінійні функції.

5 Диференціальні рівняння

1. Задача Коші для диференціального рівняння першого порядку. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші.
2. Лінійні однорідні звичайні диференціальні рівняння n -го порядку з постійними коефіцієнтами. Метод Ейлера.
3. Лінійні неоднорідні звичайні диференціальні рівняння n -го порядку з постійними коефіцієнтами. Метод Лагранжа.

6 Теорія функцій комплексної змінної

1. Інтегральна теорема Коші (б/д). Інтегральна формула Коші (б/д).
2. Означення лишку (вычета). Теорема про лишки (б/д).
3. Обчислення лишку у разі полюса.

7 Рівняння математичної фізики

1. Формулювання крайової задачі Штурма — Ліувілля. Властивості власних значень і власних функцій задачі Штурма — Ліувілля (б/д). Теорема розвинення Стеклова (б/д).
2. Функція Гріна одновимірної крайової задачі (в чому відмінність від фундаментальної функції). Довести теорему єдиності для функції Гріна.
3. Означення самоспряженої крайової задачі. Симетричність функції Гріна для самоспряженої крайової задачі (б/д).
4. Означення фундаментальної та базисної систем розв'язків для одновимірної крайової задачі. Довести теорему існування для функції Гріна.

8 Теорія ймовірностей, математична статистика та випадкові процеси

1. Дискретний простір елементарних подій. Операції над подіями. Класичне визначення ймовірності. Властивості ймовірності.
2. Умовні ймовірності. Незалежні події та їх властивості.
3. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.
4. Дискретні випадкові величини. Функція розподілу. Біноміальний, геометричний, гіпергеометричний розподіл. Розподіл Пуассона.
5. Неперервні випадкові величини. Густина (щільність) функції розподілу випадкової величини. Нормальний, рівномірний, показниковий розподіл.
6. Числові характеристики випадкових величин: математичне сподівання, дисперсія та їх властивості.
7. Випадкові процеси марківського типу. Рівняння Колмогорова.

9 Обчислювальні методи

1. Теорема про LU -розкладання матриці. Метод Гауса.
2. Метод простої ітерації розв'язування СЛАР. Необхідна і достатня умова збіжності.
3. Розв'язування лінійної задачі найменших квадратів за допомогою SVD-розкладання матриці.
4. Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Інтерполяційний многочлен Ньютона з розділеними різницями. Побудова формул чисельного диференціювання шляхом диференціювання інтерполяційного многочлена. Похибка формул чисельного диференціювання.
5. Квадратурні формули Ньютона — Котеса (прямокутників, трапецій, Сімпсона). Принцип Рунге практичної оцінки похибки чисельного інтегрування.
6. Методи Рунге — Кутта довільного порядку точності розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.

10 Методи оптимізації та дослідження операцій

1. Задачі лінійного програмування (ЗЛП): їх типи, поняття плану. Графічний метод розв'язування ЗЛП.
2. Симплекс-метод для ЗЛП у стандартній формі. Умова допустимості плану. Умова оптимальності плану. M -метод для ЗЛП в загальній формі.

3. Двоїста задача до ЗЛП. Зв'язок розв'язків прямої та двоїстої задач. Теорема двоїстості. Економічний зміст двоїстих змінних.
4. Транспортна задача (ТЗ). Припущення при побудові моделі найпростішої ТЗ. Закрита та відкрита ТЗ. Особливості ТЗ (б/д). Методи побудови початкового плану і метод його поліпшення: метод північно-західного кута; метод мінімального елемента; метод потенціалів.
5. Необхідні та достатні умови екстремуму функцій однієї та багатьох змінних в задачах без обмежень (б/д).
6. Необхідні та достатні умови в задачах умовного екстремуму з обмеженнями типу рівностей та нерівностей (б/д). Метод множників Лагранжа.
7. Основна теорема опуклого програмування Куна — Таккера (з доведенням необхідності).
8. Чисельні методи одновимірної оптимізації. Симетричні методи: метод ділення відрізка навпіл, метод золотого перетину, метод Фібоначчі.
9. Чисельні методи розв'язування задач багатовимірної оптимізації. Метод градієнтного спуску, його властивості та способи вибору кроку. Метод спряжених градієнтів. Метод Ньютона та його модифікації. Властивості.
10. Чисельні методи розв'язування задач умовної оптимізації. Методи послідовної безумовної оптимізації (методи штрафних функцій). Методи можливих напрямків: метод проекції градієнта, метод умовного градієнта.

11 Аналіз даних та машинне навчання

1. Кореляційний аналіз взаємозв'язків. Оцінки (коефіцієнти) парних зв'язків для різних типів ознак: неперервних, рангових, категоріальних.
2. Регресійний аналіз взаємозв'язків. Обчислення параметрів лінійної регресійної моделі.
3. Математична та інтуїтивна постановки задачі навчання із вчителем. Класифікація та регресія. Основні поняття та терміни машинного навчання. Функція втрат. Функціонал якості. Параметри та гіперпараметри. Проблема перенавчання. Кросвалідація.
4. Моделі навчання із вчителем: метричні моделі, дерева рішень, лінійні моделі, найпростіші нейронні мережі. Підбір гіперпараметрів. Переваги та недоліки моделей.
5. Навчання без вчителя. Кластеризація. Ієрархічні методи, їх переваги та недоліки. Ітераційні методи. Переваги та недоліки.

12 Алгоритми, програмування та структури даних

1. Робота з покажчиками та ітераторами. Динамічне виділення пам'яті.
2. Функції. Формальні та фактичні параметри, способи передачі параметрів.
3. Приклади послідовних (array, vector, list) та асоціативних (map, set, multimap, multiset) контейнерів.
4. Скалярні та пооб'єктні типи даних. Структури та класи.
5. Основні принципи об'єктно-орієнтованого програмування.
6. Алгоритми внутрішнього та зовнішнього сортування порівнянням. Оцінка асимптотичної обчислювальної складності.
7. Бінарні та біноміальні кучі. Призначення, побудова, основні операції. Порівняльна оцінка асимптотичної обчислювальної складності.
8. Загальна схема програм пошуку по графу. Приклади інтерпретації DFS, BFS.

9. Матроїди. Загальна схема і приклади реалізації жадібних алгоритмів. Зв'язок матроїда і жадібних алгоритмів.
10. Принципи і прийоми динамічного програмування. Приклади алгоритмів динамічного програмування.

Література

- [1] Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Підручник: у двох частинах. К.: Либідь, 1993.
- [2] Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г., Математичний аналіз. Ч. 1. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2002.
- [3] Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г., Математичний аналіз. Ч. 2. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004.
- [4] Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г., Математичний аналіз. Ч. 3. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006.
- [5] Безущак О.О. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механікоматематичного факультету / О.О. Безущак, О.Г. Ганюшкін, Є.А. Кочубінська. К.: ВПЦ «Київський університет», 2019.
- [6] Безущак О.О. Завдання до практичних занять з лінійної алгебри / О.О. Безущак, О.Г. Ганюшкін, Є.А. Кочубінська. К.: ВПЦ «Київський університет», 2016.
- [7] Strang G. Introduction to Linear Algebra, Wellesley-Cambridge Press, 3rd Edition, 2003.
- [8] Коцовський В.М. Дискретна математика та теорія алгоритмів. Ужгород: УжНУ, 2016.
- [9] Шобаніна О.В., Клочан В.П., Тищенко С.І., Могильницька А.М., Крайній В.О., Хилько І.І. Математична логіка. Миколаїв: МНАУ, 2021.
- [10] Матвієнко М.П. Комп'ютерна логіка. Навчальний посібник. К.: Видавництво Ліра-К, 2012.
- [11] Якімова Н.А. Логічна алгебра: методичний посібник. Одеса: «Освіта України», 2019.
- [12] Якімова Н.А. Дискретна математика. Частина 1. Теорія множин. Теорія графів (курс лекцій). Одеса: ОНУ ім. І.І.Мечникова, 2022.
- [13] Г.Є. Самкова, Н.В. Шарай, О.П. Мойсеєнок. Навчально-методичний посібник “Звичайні диференціальні рівняння та системи звичайних диференціальних рівнянь”. Одеса: Одеський національний університет імені І.І. Мечникова, 2019.
- [14] Самойленко А. М. Перестюк М. О., Парасюк І. О. Диференціальні рівняння: підручник. К. Либідь, 2003.
- [15] Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т., Харченко І.І. Диференціальні рівняння для інформатиків. К. ВПЦ КНУ, 2008.
- [16] Слюсарчук, Т.В. Боярищева, М.С. Герич, О.О. Погоріляк, О.О. Синявська, Г.І. Сливка-Тилищак. Комплексний аналіз: навчальний посібник. Ужгород: «Шарк», 2020.

- [17] Грищенко О.Ю., Нагнибіда Н.І., Настасієв П.П. Теорія функцій комплексної змінної: Розв'язування задач. К.: Вища школа, 1994.
- [18] Вайсфельд Н. Д., Реут В.В. Рівняння математичної фізики. Видання Одеського університету, навчальний посібник, 2019.
- [19] Вакал Є.С., Ловейкін А.В. Методи математичної фізики в прикладах і задачах: навч. посіб. Київ: Видавець Кравченко Я.О., 2020.
- [20] Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. К.: ВПЦ Київський університет, 2010.
- [21] Карташов М.В. Ймовірність, процеси, статистика. Посібник. К: ВПЦ Київський університет, 2008.
- [22] Теорія ймовірностей. Збірник задач. / А.Я. Дороговцев та ін. К.: Вища школа, 1976.
- [23] Голомозий В.В., Карташов М.В., Ральченко К.В. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посіб. К: ВПЦ Київський університет, 2019.
- [24] Гіхман І.І., Скороход А.В., Ядренко М.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. К.: Вища школа, 1978. 408 с.
- [25] Турчин В. М. Теорія ймовірностей та математична статистика. Д.: ІМА-прес, 2014. 556 с.
- [26] Чисельні методи: Навчальний посібник. / Волонтир Л.О, Зелінська О.В., Потапова Н.А., Чіков І.А., Вінницький національний аграрний університет. Вінниця: ВНАУ, 2020.
- [27] Основи чисельних методів [Текст] підручник / В.Г. Мусіяка. Дніпро : ЛІРА, 2017.
- [28] Крижанівська Т.В., Бойцова І.А. Конспект лекцій з дисципліни «Чисельні методи». Одеса, 2013.
- [29] А.Т. Яровий, Є.М. Страхов. Методи оптимізації та варіаційне числення. Одеса. Освіта України. 2017.
- [30] А.Т. Яровий, Є.М. Страхов, О.Б. Васильєв. Методи оптимізації. Навчально-методичний посібник для студентів спеціальностей «Математика» та «Прикладна математика». Одеса, ОНУ. 2023.
- [31] Кічмаренко О.Д., Стехун А.О., Яровий А.Т. Дослідження операцій: навчальний посібник для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спец. 111 Математика, 113 Прикладна математика, 122 Комп'ютерні науки, 126 Інформаційні системи і технології. Одеса: ОНУ, 2023.
- [32] Бартіш М. Я., Дудзяний І. М. Дослідження операцій. Частина 1. Лінійні моделі: підручник. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007.
- [33] Hamdy A. Taha. Operations Research An Introduction, 10th edition. Pearson Education, 2017.
- [34] Машинне навчання: комп'ютерний практикум з дисципліни «Машинне навчання» [Електронний ресурс]: навч. посіб. / Л.М. Олещенко; КПП ім. Ігоря Сікорського. Електронні текстові дані. Київ: КПП ім. Ігоря Сікорського, 2022.

- [35] Mitchell, T. M. (1997). Machine Learning. McGraw-Hill, New York.
- [36] Goodfellow, I., Bengio, Y. and Courville, A. (2016) Deep Learning. MIT Press.
- [37] С.Прата. Мова програмування C++. Лекції та вправи. 2012
- [38] Скотт Мейєрс. Ефективний и сучасний C++. 42 рекомендації з використання C++ 11 и C++ 14.
- [39] Амерааль Л. STL для програмістів на C++.
- [40] Кормен Т., Лейзерсон Ч., Рівест Р., Штайн К. Алгоритми. Побудова та аналіз.
- [41] С.Б. Ліпман, Ж.Л. Лажойє, Б.Е. Му. Мова програмування Java. Базовий курс.

Критерії оцінювання

Вступний іспит зі спеціальності «Прикладна математика» проводиться у тестовій формі. Кожний варіант контрольної роботи складається з 25 тестових питань. Кожне питання оцінюється у 4 тестових бали. При правильному виконанні всієї роботи абітурієнт отримує 100 тестових балів. Мінімальна підсумкова оцінка 60 балів, максимальна оцінка — 100 балів. Незадовільну оцінку отримує абітурієнт, що не з'явився на іспит, був відсторонений з іспиту або набрав менше 60 балів.

Затверджено на засіданні Вченої ради ФМФІТ, протокол № 6 від «22» березня 2024 р.