МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ І. І. МЕЧНИКОВА

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Голова приймальної комісії
_______________ Вячеслав ТРУБА
«___» ___________ 2024 р.

ПРОГРАМА
фахового вступного іспиту
до Одеського національного університету імені І.І. Мечникова
для навчання на третьому (освітньо-науковому) рівні
на основі НРК 7
за спеціальністю 111 «Математика»

Одеса 2024

ПРОГРАМА
фахового вступного іспиту за спеціальністю 111 Математика

Розділ I. Математичний аналіз

1. Поле дійсних чисел. Властивість повноти. Обмежені множини. Точні межі (грані) числових множин, їх існування.
2. Границя числової послідовності. Теорема про границю монотонної послідовності. Послідовність $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ та її властивості (без доведення). Число Ейлера. Лема про вкладені сегменти та лема Больцано — Вейєрштраса. Критерій Коші.
3. Границя функції (означення за Коші та за Гейне, теорема про їх рівносильність).
4. Означення неперервної функції у точці. Теореми Вейєрштрасса і Больцано — Коші про функції, які неперервні на відрізку. Рівномірна неперервність, теорема Кантора.
5. Диференційовність та похідна дійсної функції дійсної змінної. Геометричний сенс похідної. Неперервність диференційовної функції. Основні теореми про диференційовні функції (теореми Ферма, Ролля, Лагранжа). Формула Тейлора з залишками у формі Пеано, Лагранжа. Локальний екстремум. Необхідні та достатні умови.
6. Означення інтеграла Рімана. Критерій інтегровності. Інтегрування монотонних та неперервних функцій. Геометричні та фізичні задачі на застосування визначеного інтеграла.
7. Теореми про неперервність та диференційовність інтеграла зі змінною верхньою межею. Існування первісної у неперервної функції. Формула Ньютона — Лейбниця.
8. Означення невласних інтегралів від необмежених функцій та по необмеженим інтервалам. Ознака порівняння для інтегралів від невід'ємних функцій. Гама- та бета-функції Ейлера (означення, існування та формули пониження).
9. Числові ряди. Основні ознаки збіжності (ознаки порівняння, Даламбера, Коші, інтегральна) для рядів з невід'ємними доданками. Ознака Лейбниця. Поняття абсолютної та умовної збіжності.
10. Функціональні ряди. Рівномірна збіжність. Ознака Вейєрштраса. Теорема про неперервність суми ряду, почленне диференціювання та інтегрування рядів. Степеневі ряди. Розвинення функцій $y=\sin x,\ y=\cos x, y=e^x, y=\ln(1+x), y=(1+x)^\alpha$ у степеневі ряди та радіуси збіжності цих рядів.
11. Ряди Фур'є. Означення, інтеграла Діріхлє, лема Рімана (без доведення), ознака Діні — Ліпшиця збіжності ряду Фур'є, наслідок.
12. Ортогональна система функцій, приклад тригонометричної системи. Ряд Фур'є по ортогональній системі. Мінімальна властивість частинних сум ряду Фур'є. Нерівність Бесселя та рівність Парсеваля.
13. Неперервність функції багатьох змінних (означення). Диференційовність функції багатьох змінних. Частинні похідні. Достатня умова диференційовності.
14. Міра Лебега множини та її основні властивості. Вимірні за Лебегом функції та їх основні властивості. Збіжність за мірою та майже всюди.
15. Інтеграл Лебега та його основні властивості.

ЛІТЕРАТУРА

1. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз. Ч. 1. Київ: Либідь, 1993.
2. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз. Ч. 2. Київ: Либідь, 1994.
3. Заболоцький М. В., Сторож О. Г., Тарасюк С. І. Математичний аналіз: Підручник. Київ: Знання, 2008. 421 с.
4. Математичний аналіз: навч. посіб. Частина 1. / Рудавський Ю. К. та ін. Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2003. 404 с.
5. Рудавський Ю. К. Збірник задач з математичного аналізу. Частина 1. 2-ге вид., виправ. і доп. Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2008. 352 с.
6. Рудавський Ю. К. Збірник задач з математичного аналізу. Частина 2. Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2003. 232 с.

7. Заболоцький М. В., Фединяк С. І., Філевич П. В. Практикум з математичного аналізу. Частина 1. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені І.Франка, 2005. 80 с.
8. Федак І.В. Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри. Навчальний посібник. Ч. 4. Лінійні функціонали та лінійні оператори.- Івано-Франківськ: ПНУ імені Василя Стефаника, 2020.- 56с.
9. Колмогоров А.М., Фомін С.В. Елементи теорії функцій і функціонального анализу. - К.: Вища школа, 1974.- 456с..
10.Банах С. Курс функціонального аналізу. – Київ: Радянська школа, 1947.- 216 с.
11.Березанський Ю.М., Шефтель З.Ф. Функціональный аналіз. : підруч.Львів: Видавець І.Е.Чижиков, 2014, 559с.
12.Боярищева Т.В., Гудивок Т.В., Погоріляк О.О. Функціональний аналіз. Навчальний посібник для студентів спеціальностей «математика», «прикладна математика», «статистика».- Ужгород, 2013.- 119с.
13.Вагін П.П., Остудін Б.А., Шинкаренко Г.А.Основи функціонального аналізу:Курс лекцій. - Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2005. – 140 с.
14.Ус С.А. Функціональний аналіз: навч. Посібник.- Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2013. – 236 с.
15.Лисенко З.М., Шанін Р.В. Функціональний аналіз. Частина 1: Метричні п ростори. Конспект лекцій. Одеса:ОНУ.2022. – 67 с.
16.Теорія міри та інтеграла. Курс лекцій. Упор. А. О. Кореновський. Одеса. Астропринт. 1999.
17. Колмогоров А.М., Фомін С.В. Елементи теорії функцій і функціонального анализу. – К.: Вища школа, 1974. – 456с
18. Кужель О.В. Вступ до теорії міри та інтеграла. – Київ: НМК ВО, 1991. – 190с.
19. Лянце В., Кудрик Т., Чуйко Г. Лекції з теорії міри та інтеграла Лебега. – Львів: ЛНУ ім. І.Франка, 1999. – 112с.
20. В.Л.Великін, С.О.Пічугов. Теорія міри та інтеграла Лебега // РВВ ДНУ: Дніпропетровськ – 2003.
21. Маслюченко В.К., Маслюченко О.В., Філіпчук О.І. Задачі та теореми загальної теорії функцій: Навчальний посібник. – Чернівці: Рута, 2006. – 80с.

Розділ ІІ. Алгебра та теорія чисел

1. Основні алгебраїчні структури: групи, кільця, поля (означення). Група та її підгрупа. Порядок групи та порядок елементу. Суміжні класи. Теорема Лагранжа. Гомоморфізм груп. Основна теорема про гомоморфізми груп. Ізоморфізм груп. Критерії ізоморфності циклічних груп.
2. Евклідові простори. Скалярний добуток. Нерівність Коші — Буняковського. Ортонормовані базиси у скінченновимірних евклідових просторах (їх існування та властивості, процес ортогоналізації Грама — Шмідта, визначник Грама та його властивості).
3. Лінійний векторний простір, його базис. Підпростір, критерій підпростору. Ізоморфізм лінійних просторів. Лінійний оператор та його матриця. Характеристичний многочлен. Теорема Гамільтона — Келі. Власні вектори та власні значення (алгоритм обчислення).
4. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Теорема Кронекера — Капеллі. Правило Крамера. Простір розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь, фундаментальна система розв'язків. Побудова загального розв'язку неоднорідної системи лінійних рівнянь.
5. Квадратичні форми та їх матриці. Невироджені лінійні перетворення змінних квадратичних форм. Канонічний та нормальний вид дійсної квадратичної форми. Критерій Сільвестра.
6. Мова логіки висловлень, модель логіки висловлень і основні класи формул. Істинність таблиці. Логічне слідування і основні властивості, теорема дедукції.

7. Основні закони логіки висловлень. Метод еквівалентних перетворень. Пряма, обернена та протилежна теореми. Теореми КНФ, тавтології.

ЛІТЕРАТУРА

1. Андрійчук В.І. Лінійна алгебра: навч. посібник / В.І. Андрійчук, Б.В. Забавський. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2008. – 226 с.
2. Коцовський В.М. Дискретна математика та теорія алгоритмів. - Ужгород: УНУ, 2016. – 98с.
3. Матвієнко М.П. Комп’ютерна логіка. Навчальний посібник. – К.: Видавництво Ліра-К, 2012, 288с.
4. Темнікова О.Л. Дискретна математика. Конспект лекцій. Частина 1. – Київ: КПІ, 2021. – 154с.
5. Осадча Л. К., Лінійна алгебра та аналітична геометрія : навч. посібник // Рівне : НУВГП, 2020. – 205 с..

Розділ ІІІ. Геометрія і топологія

1.Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів у просторі $\mathbb{E}^3$. Їх геометричні та алгебраїчні властивості, вираз у координатах.
2. Різні види рівнянь прямої на площині, прямої та площини у просторі. Кут між двома прямими, кут між двома площинами, кут між прямою та площиною, умови паралельності та перпендикулярності. Відстань від точки до прямої у просторі, відстань від точки до площини.
3. Криві другого порядку. Означення та канонічні рівняння еліпса, гіперболи, параболи. Теореми про директриси. Поверхні другого порядку та їх канонічні рівняння.
4. Означення кривої та її рівняння. Приклади. Довжина дуги кривої та її обчислення. Формули та елементи тригранника Френе.
5. Означення поверхні та її рівняння. Довжина дуги кривої та кут між кривими на поверхні. Дотична площина та нормаль до поверхні.
6. Означення топологічного простору і його підпростору. Метрична топологія. Стандартна топологія евклідового простору. Відокремні та компактні простори. Неперервні та топологічні відображення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Білонога Д.М., Каленюк П.І. Алгебра і геометрія: навч. посібник. Львів: вид-во «Львівська політехніка», 2014. 380с.
2. Зайцев О.П.Вища математика: лінійна та векторна алгебра, аналітична геометрія, вступ по мат.аналізу: навч.посібник. К.:Алерта, 2017. 574с.
3. Заліско В.Р., Заліско Г.В. Основи лінійної алгебри і геометрії: навч.посібник. Львів:ЛНУ імені Івана Франка, 2011. 326 с.
4. Заліско В.Р., Заліско Г.В. Лінійна алгебра і аналітична геометрія. Практикум:навч.посібник. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2014. 374с.
5. Яковець В.П. Аналітична геометрія: навчальний посібник/ Яковець В.П., Боровик В.Н.,Ваврикович Л.В. Суми: ВТБ «Університетська книга», 2004. 264с.
6. Зайцева Л.Л., Нетреба А.В. Аналітична геометрія в прикладах і задачах:навч.посібник. Київ: видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2008. 200с
7. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії /за ред.Ю.К.Рудавського 2-ге вид. Львів: РАСТР-7,2009. 288с
8. Тевяшев А.Д., Литвин О.Г. Вища математика у прикладах і задачах Ч1.Лінійна алгебра та аналітична геометрія . К.: Кондор,2006.-588с
9. Диференціальна геометрія : теорія кривих і поверхонь / Ігор Гуран, Олег Гутік, Олександра Лисецька, Тарас Мокрицький. Львів, 2021.326с

10. Ілляшенко В.Я. Диференціальна геометрія: навч.метод.посіб/ В.Я.Ілляшенко, О.П.Антонюк . Луцьк: Вежа Друк, 2020. 171с
11. Франовський А.Ц., Карплюк С.О.Диференціальна геометрія :Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів .-Житомир: вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2013.188с.
12. Франовський А.Ц. Диференціальна геометрія: Практикум з розв'язування задач. Житомир: Поліграфічний центр ЖДПУ, 2011. 64с.
13. Городецький В.В., Мартинюк О.В. Диференціальна геометрія в теоремах і задачах. Підручник . Чернівці: вид-во «Золоті литаври», 2013. 396 с. (з грифом МОНУ)
14. Міхлін Ю.В. . Кирилова Н.О. , Марочковська І.О.. Елементи диференціальної геометрії: навч. посібник; Харків.: вид-во НТУ ХПІ, 2020. 44с.
15. Величко І.Г.Диференціальна геометрія кривих та поверхонь : навч-метод.посібник/ Запоріжжя: вид-во ЗНУ, 2009 , 76с.
16. Борисенко О.А. Диференціальна геометрія і топологія. Харків.: Вид-во «Основа, 1995.304с
17. Taha Sochi. Introduction to Differential Geometry of Space Curves and Surfaces. Kindle Edition, Great space, 2017. 197 p.
18. Kristopher Tapp. Differential Geometry of Curves and Surfaces. Springer, Undergraduate Texts in Mathematics, 2016. 374 p.
19. Кованцов М.І. Диференціальна геометрія. Київ: Вища Школа, 1973. 276с
20. Пришляк О., Лукова Н. Диференціальна геометрія і топологія: курс лекцій. Київ, КНУ, 2011,120с.
21. Пришляк О.О. Диференціальна геометрія: навч.посіб. Київ, КНУ, 2004.120с.
22. Базилевич Л., Зарічний М. Вступ до топології нескінченновимірних многовидів: навч.посіб. Київ, ІЗМН, 1996. 40 с.
23. Josef Mikes, Alena Vanzurova, Irina Hinterleitner. Geodesic Mappings and Some Generalizations: monograph. Olomouc, Palacky University Press, 2009.p.304.

Розділ IV. Комплексний аналіз

1.Поле комплексних чисел (побудова). Добування кореня n-ого степеню з комплексного числа. Основна теорема алгебри.
2. Похідна функції комплексного змінного. Аналітичні функції, умови Коші — Рімана.
3. Основні елементарні функції комплексного змінного та їх властивості; дробоволінійна функція, функції e^z, z^α, $\sin z$, $\cos z$, $\ln z$, $Ln\, z$ (області визначення, множини значень, аналітичність, нулі функції, періодичність).
4. Інтегрування функції комплексного змінного. Теорема Коші. Інтегральна формула Коші.
5. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та круг збіжності. Ряд Тейлора. Розвинення основних елементарних функцій e^z, $\sin z$, $\cos z$, $\ln(1+z)$. Ряди Лорана. Класифікація ізольованих особливих точок аналітичних функцій.
6. Лишки. Основна теорема про лишки та її застосування.

Література.

1. Гольдберг А.А., Шеремета М.М., Заблоцький М.В., Скасків О.Б. Комплексний аналіз : підручник. Львів : «Афіша», 2002, 203 с.
2. Грищенко О.Ю., Оноцький В.В. Курс лекцій з комплексного аналізу Частина перша, підручник. Київ. 2015, 144 с.
3. Самойленко В. Г. Комплексний аналіз. Приклади і задачі: навчальний посібник / За ред. В. Г. Самойленка. Київський національний університет імені Т. Г. Шевченка. Київ. 2010, 223 с.

4. Є. Д. Білоколос, Л. Л. Зайцева, Д. Д. Шека. Збірник задач з комплексного аналізу. Частина І. Функції комплексної змінної: методична розробка для студентів природничих факультетів. Київ. 2014.71 с.
5. Функції комплексної змінної: практикум з комплексного аналізу для студентів 3 курсу фіз.-мат. ф-ту/ Уклад.: В.В.Дрозд. – К.: НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського», 2017, 88 с..

Розділ V. Диференціальні рівняння

1. Лінійне звичайне диференціальне рівняння n -го порядку. Існування фундаментальної системи розв’язків.
2. Теорема про загальний розв’язок лінійного однорідного та лінійного неоднорідного рівняння.
3. Розв’язання лінійних однорідних звичайних диференціальних рівнянь -ого порядку зі сталими коефіцієнтами (метод Ейлера).
4. Теорема Пікара-Коші про існування та єдиність розв’язку задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь.
5. Теорема про множину всіх розв’язків лінійного однорідного рівняння першого порядку з частиними похідними.

ЛІТЕРАТУРА

1. Самойленко А.М., Перестюк М.О. Парасюк І.О. Диференціальні рівняння.- Київ, «Либідь» - 2003.-600 с.
2. Самойленко А.М., Кривошея С.А,. Перестюк М.О. Диференціальні рівняння в задачах Навчальний посібник. Київ. «Либідь» -2003. -503с.
3. Перестюк М.О., Свіщук М.Я. Збірник задач з диференціальних рівнянь.- Навчальний посібник. Київ, «ТВіМС», - 2004. -189с.
4. Бокало М.М. Диференціцальні рівняння. Львів, Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка.- 2014. -232с..
5. Бокало М.М. Збірник задач з курсу Диференціальні рівняння. Львів, Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка.- 2014. -179с.
6. Бугрій О.М., Процах Н.П., Бугрій Н.В. Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі. Навчальний посібник. Львів. 2011. 348с
7. . Євтухов В.М. Стійкість за Ляпуновим лінійних диференціальних рівнянь . Навчально- методичний посібник . –Одеса . Астропринт, 2001. 120с
8. Самкова Г.Є., Тінгаєв О.А., Шарай Н.В. Методичні вказівки до самостійної работи за курсом “Звичайні диференціальні рівняння першого порядку”. МОНУ. Одеський національний університетім. 1.1. Мечникова. ІМЕМ. Одеса, "Студія «Негоціант»”, 2003, 35 с.
9. Самкова Г.Є., Тінгаев О.А., Шарай Н.В. Методичні вказівки до самостійної роботи за курсом “Диференціальні рівняння вищих порядків. Системи рівнянь. Лінійні рівняння 1-го порядку у частинних похідних”. МОНУ. Одеський національний університет ім. 1.1. Мечникова. ІМЕМ. Одеса, "Студія «Негоціант»”, 2003, 48 с.
10. Hartman P. Ordinary differential equations John Hopkins and Sons, Inc New York London Sydney, -1964.- 612p. Coddington E.A, Levsnson N. New YorkToronto London. -1955.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Вступний іспит зі спеціальності «Математика» проводиться у тестовій формі. Кожний варіант контрольної роботи складається з 25 тестових питань. Кожне питання оцінюється у 4 тестових бали. При правильному виконанні всієї роботи абітурієнт отримує 100 тестових балів. Мінімальна підсумкова оцінка 60 балів, максимальна оцінка — 100 балів. Незадовільну оцінку отримує абітурієнт, що не з'явився на іспит, був відсторонений з іспиту або набрав менше 60 балів.

Затверджено на засіданні Вченої ради ФМФІТ, протокол № 6 від «22» березня 2024 р.